



Übersicht Zusatz Zahlensysteme

Der Wunsch nach mehr Übungsmaterial für das Rechnen in verschiedenen Zahlensystemen steht am Anfang dieses Zusatzes. Sind die Schülerinnen und Schüler im Niveau A teilweise bereits mit dem Aufbau des Dezimalsystems stark gefordert, finden andere aus dem gleichen Leistungszug Spass an diesem Thema. Für die Niveaus E und P gilt ähnliches, in allen Niveaus geht die Schere weit auseinander.

Der vorliegende Zusatz versucht den unterschiedlichen Voraussetzungen gerecht zu werden. Dabei ist die Lehrperson gefordert. Kann ich zum Beispiel das Dokument Z 1.1 *Umwandlungen* als Theorieblatt abgeben oder brauche ich es zur Unterstützung meiner Erklärungen? Arbeite ich mit dem Blatt und ergänze zusammen mit den Schülerinnen und Schülern oder baue ich einen eigenen Theorieteil auf?

Die Übungsaufgaben sollen auch starken Schülerinnen und Schülern im Niveau P gerecht werden. Für alle anderen muss eine Auswahl getroffen werden. Bei nicht so starken Kursen, die aber sehr interessiert sind, kann das Lösen der Aufgaben in Gruppen oder geleitet durch die Lehrperson eine Variante sein.

Hand aufs Herz, auch für uns Lehrperson sind die Zahlensysteme nicht alltäglich. Gerade MINT-Lehrpersonen ohne oder mit wenig mathematischem Hintergrund scheuen sich vor diesem Thema. Die detaillierten Lösungen können helfen.



Aufbau der Zahlensysteme

Der Aufbau aller Zahlensysteme ist gleich. Jede Stelle entspricht dem Wert der Potenz im jeweiligen Zahlensystem mit der Basis des Systems und dem Exponenten der Stelle minus 1. Zum Beispiel ist die 3. Stelle im 10er-System (Hunderterstelle) $10^{3-1} = 10^2 = 100$ (stimmt nicht für die Nachkommastellen, siehe unten). Für alle Potenzen ist $x^0 = 1$, dementsprechend hat jedes Zahlensystem als erste Stelle die Einer.

Beispiele von Stellenwerten verschiedener Zahlensysteme

System	4. Stelle	3. Stelle	2. Stelle	1. Stelle
Zehnersystem / Dezimalsystem	$10^3 = 1000$ Tausender	$10^2 = 100$ Hunderter	$10^1 = 10$ Zehner	$10^0 = 1$ Einer
Zweiersystem / Binärsystem	$2^3 = 8$ Achter	$2^2 = 4$ Vierer	$2^1 = 2$ Zweier	$2^0 = 1$ Einer
Fünfersystem	$5^3 = 125$ 125er	$5^2 = 25$ 25er	$5^1 = 5$ Fünfer	$5^0 = 1$ Einer
Sechzersystem	$6^3 = 216$ 216er	$6^2 = 36$ 32er	$6^1 = 6$ Sechser	$6^0 = 1$ Einer
Achtersystem	$8^3 = 512$ 512er	$8^2 = 64$ 64er	$8^1 = 8$ Achter	$8^0 = 1$ Einer
Sechzehnersystem	$16^3 = 4096$ 4096er	$16^2 = 256$ 256er	$16^1 = 16$ Sechzehner	$16^0 = 1$ Einer

Für die Nachkommastellen entsprechen die Exponenten der jeweiligen Nachkommastelle mit negativem Vorzeichen. Im Binärsystem kommen rechts vom Komma also Halbe ($2^{-1} = \frac{1}{2}$), Viertel ($2^{-2} = \frac{1}{4}$), Achtel ($2^{-3} = \frac{1}{8}$), usw.

Beispiel im Zehnersystem: **203,53**

Die Fünf steht an der ersten Nachkommastelle, hat also den Wert $5 \cdot 10^{-1} = 5 \cdot \frac{1}{10}$.

Die Drei steht an der zweiten Nachkommastelle, hat also den Wert $3 \cdot 10^{-2} = 3 \cdot \frac{1}{100}$.



Umwandlung in die verschiedenen Zahlensysteme

Umwandlung ins 10er-System

Entsprechend der Stellenwerte im jeweiligen System werden die Anzahlen mit dem Stellenwert multipliziert und alle Produkte zusammengezählt.

Die Zahl 1101001_2 mit dem Subskript 2 als Angabe des Zahlensystems wird beispielsweise wie folgt ins Dezimalsystem umgerechnet:

$$\begin{aligned}1101001_2 &= 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 \\ &= 1 \cdot 64 + 1 \cdot 32 + 0 \cdot 16 + 1 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 \\ &= 105_{10}\end{aligned}$$

Die Zahl 1101001 im Binärsystem hat den gleichen Wert (benennt die gleiche Anzahl) wie die Zahl 105 im Dezimalsystem.

Umwandlung vom 10er-System in alle anderen Systeme

Für uns ungewohnt und viel aufwändiger ist die Umwandlung von Zahlen aus dem Dezimalsystem in alle anderen Systeme. Dabei gibt es zwei verschiedene Möglichkeiten. Variante 1 ist die Verteilung auf die verschiedenen Stellen im neuen System, Variante 2 die fortlaufende Division durch die Basis des neuen Systems.

Beispiel: Die Zahl 113 aus dem Dezimalsystem in eine Binärzahl umwandeln.

Variante 1

Welches ist die grösste 2er-Potenz, die in 113 Platz hat? Es ist $2^6 = 64$, deshalb hat die Binärzahl 7 Stellen (von 2^6 bis 2^0).

$$\begin{aligned}113 &= 1 \cdot 64 + 49 \\ 49 &= 1 \cdot 32 + 17 \\ 17 &= 1 \cdot 16 + 1 \\ 1 &= 0 \cdot 8 + 1 \\ 1 &= 0 \cdot 4 + 1 \\ 1 &= 0 \cdot 2 + 1 \\ 1 &= 1 \cdot 1 + 0\end{aligned}$$

Begonnen wird mit dem grösstmöglichen Stellenwert, kein Stellenwert darf ausgelassen werden. Damit kann die Binärzahl als Faktoren der Stellenwerte von oben nach unten abgelesen werden. Die Zahl 113 im Dezimalsystem entspricht also der Zahl 1110001 im Binärsystem.

Variante 2

$$\begin{aligned}113 &: 2 = 56 \text{ Rest } 1 \\ 56 &: 2 = 28 \text{ Rest } 0 \\ 28 &: 2 = 14 \text{ Rest } 0 \\ 14 &: 2 = 7 \text{ Rest } 0 \\ 7 &: 2 = 3 \text{ Rest } 1 \\ 3 &: 2 = 1 \text{ Rest } 1 \\ 1 &: 2 = 0 \text{ Rest } 1\end{aligned}$$

Die Binärzahl ergibt sich aus den Restwerten von unten nach oben gelesen: 1110001.



Umwandlungen in Systeme mit Basis grösser als Zehn

Die beiden Varianten funktionieren in Systemen höher als das 10er-System gleich. Hier kann aber die Anzahl (Variante 1) oder der Rest (Variante 2) 10 oder grösser sein. Unsere 10 Ziffern reichen für diese Systeme nicht mehr, es braucht neue einstellige Ziffern:

A = 10

B = 11

C = 12 usw.

Beispiel im 16er-System mit Variante 1:

Verwandle die Zahl 46038 aus dem Dezimalsystem ins 16er-System.

$$46038 = 11 \cdot 4096 + 982$$

$$982 = 3 \cdot 256 + 214$$

$$214 = 13 \cdot 16 + 6$$

$$6 = 6 \cdot 1 + 0$$

11 wird ersetzt durch B, 13 durch D. Damit entspricht die Zahl 46038 im Zehnersystem B3D6 im Sechzehnersystem.



Grundoperationen Zahlensysteme

Addition

Schriftlich addieren in verschiedenen Zahlensystemen funktioniert grundsätzlich gleich wie im Zehnersystem. Der Schritt zur nächsten Stelle (und damit das Notieren von „Behalte“) erfolgt nicht beim vollen Zehner, sondern je nach System beim vollen 2er, 3er, usw.

Einige Beispiele

Zweiersystem oder Binärsystem

$$\begin{array}{r}
 1\ 1\ 0\ 1_2 \\
 1\ 0\ 1\ 1\ 0_2 \\
 \hline
 1\ 1 \\
 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1_2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1\ 1\ 0\ 1_2 \\
 1\ 0\ 1\ 1_2 \\
 1\ 1\ 1\ 1\ 0_2 \\
 \hline
 1\ 1\ 1\ 1 \\
 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0_2
 \end{array}$$

5er-System

$$\begin{array}{r}
 4\ 1\ 3\ 2_5 \\
 2\ 3\ 4\ 4\ 1_5 \\
 \hline
 1\ 1\ 1 \\
 3\ 3\ 1\ 2\ 3_5
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2\ 1\ 4\ 3\ 4_5 \\
 3\ 4\ 2\ 1\ 3_5 \\
 1\ 3\ 2\ 4\ 1_5 \\
 \hline
 1\ 1\ 1\ 1 \\
 1\ 2\ 4\ 4\ 4\ 3_5
 \end{array}$$

$$1 + 1 + 1 + 1 = 1\ 0\ 0_2$$

Gerade bei Systemen mit geringerer Stellenwertigkeit kann es vorkommen, dass eine Teilsumme mehrere Stellen braucht:

$$4_{10} = 100_2$$

Die Anzahl 4 braucht bereits 3 Stellen, «behalte 1» steht damit **zwei** Stellen weiter links.

$$4 + 2 + 2 + 1 = 14_5$$

$$9_{10} = 14_5$$

Damit wird aus der Anzahl 9 im 5er-System die 14 also «schreibe 4 behalte 1».



16er-System

Bei höheren Zahlensystemen ist es hilfreich, eine Übersetzungstabelle zu notieren, fürs 16er-System könnte diese so aussehen:

1_{10}	1_{16}
2_{10}	2_{16}
3_{10}	3_{16}
:	:
9_{10}	9_{16}
10_{10}	A_{16}
11_{10}	B_{16}
12_{10}	C_{16}
13_{10}	D_{16}
14_{10}	E_{16}
15_{10}	F_{16}
16_{10}	10_{16}
17_{10}	11_{16}
:	:



	C	6	9	A	B_{16}
	3	C	1	A	3_{16}
<hr/>					
	1	0	2	B	$4 E_{16}$

$$A_{16} + A_{16} = 14_{16}$$

$$A_{16} + A_{16} = 10_{10} + 10_{10} = 20_{10} = 14_{16}$$

Damit wird aus der Anzahl 20 im 16er-System die 14 also «schreibe 4 behalte 1».

	A	4	2	C	8_{16}
	7	C	C	A	3_{16}
	D	9	F	B	A_{16}
<hr/>					
	1	F	A	F	$2 5_{16}$



Subtraktion

Schriftlich subtrahieren in verschiedenen Zahlensystemen funktioniert grundsätzlich gleich wie im Zehnersystem. Ist der Subtrahend grösser als der Minuend und braucht es somit noch Anteile von der nächstgrösseren Stelle (schreiben von „behalte 1“) wird der Minuend entsprechend des Zahlensystems erhöht, z.B. im 5er-System um 5.

Einige Beispiele

Zweiersystem oder Binärsystem

$$\begin{array}{r}
 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1_2 \\
 -\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0_2 \\
 \hline
 1\quad\quad 1\ 1 \\
 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1_2
 \end{array}$$

5er-System

$$\begin{array}{r}
 4\ 1\ 3\ 2\ 2_5 \\
 -\ 3\ 1\ 4\ 3\ 1_5 \\
 \hline
 1\ 1\ 1 \\
 4\ 3\ 4\ 1_5
 \end{array}$$

Damit $2 - 3$ lösbar ist, wird ein 5er addiert, schreibe «behalte 1» in der linken Spalte.

$$2 (+5) - 3 = 4 \text{ behalte } 1$$

16er-System

$$\begin{array}{r}
 7\ 2\ 9\ A\ B\ 3_{16} \\
 -\ 3\ 6\ A\ C\ 7\ 5_{16} \\
 \hline
 1\ 1\ 1\quad 1 \\
 3\ B\ E\ E\ 3\ E_{16}
 \end{array}$$



Multiplikation

Schriftlich multiplizieren in verschiedenen Zahlensystemen kann aufwändiger sein als im Zehnersystem. Das Einmaleins in anderen Systemen ist nicht geläufig, damit sind schon grundlegende Aufgaben schwierig. Eine Multiplikationstafel ist hilfreich, je nach System aber sehr umfangreich.

Einige Beispiele

Zweiersystem oder Binärsystem

$$\begin{array}{r}
 1011_2 \cdot 1101_2 \\
 \hline
 1101 \\
 1101 \\
 0000 \\
 1101 \\
 \hline
 1111 \\
 \hline
 10001111_2
 \end{array}$$

Multiplikationstafel im Zweiersystem

·	0	1
0	0	0
1	0	1

5er-System

$$\begin{array}{r}
 312_5 \cdot 2143_5 \\
 \hline
 4341 \\
 2143 \\
 12034 \\
 \hline
 221 \\
 \hline
 1240221_5
 \end{array}$$

Multiplikationstafel im 5er-System

·	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4
2	0	2	4	11	13
3	0	3	11	14	22
4	0	4	13	22	31

16er-System

$$\begin{array}{r}
 A \ 9_{16} \cdot B \ 3 \ C_{16} \\
 \hline
 22 \ 76 \\
 6 \ 5 \ 1 \ C \\
 7 \ 0 \ 5 \ 8 \\
 \hline
 7 \ 6 \ A \ 9 \ C_{16}
 \end{array}$$

Multiplikationstafel

Sehr aufwändig! Es macht mehr Sinn, nur die benötigten Multiplikationen zu berechnen:

$$9 \cdot C = 108_{10} = 6 \ C_{16}$$

$$9 \cdot 3 + 6 = 33_{10} = 2 \ 1_{16}$$

$$9 \cdot B + 2 = 101_{10} = 6 \ 5_{16}$$

$$A \cdot C = 120_{10} = 7 \ 8_{16}$$

$$A \cdot 3 + 7 = 37_{10} = 2 \ 5_{16}$$

$$A \cdot B + 2 = 112_{10} = 7 \ 0_{16}$$



Division

Die schriftliche Division ist aufwändig. Auch hier ist das Einmaleins in anderen Systemen nicht geläufig, damit sind schon grundlegende Aufgaben schwierig. Es ist sinnvoll für jede Divisionsaufgabe die Folge des Divisors zu notieren. Für eine Divisionsaufgabe im 5er-System bei einer Division durch 8 also die 8er-Folge im 5er-System. Im Binärsystem ist das aber nicht nötig.

Einige Beispiele

Zweiersystem oder Binärsystem

$$\begin{array}{r}
 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0_2 : 1\ 1_2 = 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0_2 \\
 - \quad 1\ 1\ 1 \\
 \hline
 \quad 1\ 1 \\
 \quad 0\ 1\ 1\ 1 \\
 - \quad 1\ 1\ 1 \\
 \hline
 \quad \quad 0\ 0\ 0\ 0 \\
 \quad \quad - \quad 0 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 0\ 1 \\
 \quad \quad \quad - \quad 0 \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad 1\ 1 \\
 \quad \quad \quad \quad - \quad 0 \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad \quad 1\ 1\ 1 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad - \quad 1\ 1\ 1 \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0\ 0\ 0\ 0 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad - \quad 0 \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$



5er-System

$$\begin{array}{r} 30401_5 : 13_5 = 1442_5 \\ - 13 \\ \hline 1 \\ 124 \\ - 112 \\ \hline 0120 \\ - 112 \\ \hline 1 \\ 0031 \\ - 31 \\ \hline 00 \end{array}$$

Übersetzungstabelle der 8er-Folge

8_{10}	13_5
16_{10}	31_5
24_{10}	44_5
32_{10}	112_5



Übungsaufgaben

Addition

1) Zweiersystem oder Binärsystem

- a) $101_2 + 1101_2$
- b) $11011_2 + 1011_2$
- c) $111101_2 + 10011_2$

2) 5er-System

- a) $341_5 + 1432_5$
- b) $3341_5 + 40243_5$
- c) $44232_5 + 34243_5$

3) 6er-System

- a) $354_6 + 214_6$
- b) $5143_6 + 1534_6$
- c) $2135_6 + 4311_6$

4) 8er-System

- a) $735_8 + 617_8$
- b) $4173_8 + 5775_8$
- d) $5761_8 + 6537_8$

5) 16er-System

- a) $3A45_{16} + 6375_{16}$
- b) $9863_{16} + 4568_{16}$
- c) $267B4_{16} + 38A69_{16}$
- d) $A3C_{16} + F9C6_{16}$



Subtraktion

6) Zweiersystem oder Binärsystem

- a) $1011_2 - 101_2$
- b) $11000_2 - 1011_2$
- c) $1001110_2 - 111011_2$

7) 5er-System

- a) $4313_5 - 314_5$
- b) $31423_5 - 2344_5$
- c) $102341_5 - 43124_5$

8) 6er-System

- a) $354_6 - 244_6$
- b) $4213_6 - 3524_6$
- c) $2351_6 - 1443_6$

9) 8er-System

- a) $673_8 - 564_8$
- b) $5766_8 - 2377_8$
- c) $5131_8 - 2347_8$

10) 16er-System

- a) $3A7EC_{16} - F13A_{16}$
- b) $A38BCA_{16} - 4F3BF_{16}$
- c) $3A9BF3C_{16} - FA913A_{16}$



Multiplikation

11) Zweiersystem oder Binärsystem

- a) $101_2 \cdot 111_2$
- b) $11011_2 \cdot 10101_2$

12) 5er-System

- a) $413_5 \cdot 312_5$
- b) $3142_5 \cdot 1034_5$

13) 6er-System

- a) $423_6 \cdot 351_6$
- b) $312_6 \cdot 4153_6$

14) 8er-System

- a) $376_8 \cdot 513_8$
- b) $525_8 \cdot 4736_8$

15) 16er-System

- a) $F3B_{16} \cdot 9C6_{16}$
- b) $A3C_{16} \cdot 6C4_{16}$



Division

16) Zweiersystem oder Binärsystem

- a) $100111_2 : 11_2$
- b) $11100001_2 : 101_2$

17) 5er-System

- a) $2201_5 : 12_5$
- b) $214003_5 : 114_5$

18) 6er-System

- a) $1243_6 : 13_6$
- b) $2320_6 : 12_6$

19) 8er-System

- a) $1064_8 : 6_8$
- b) $7644_8 : 34_8$

20) 16er-System

- a) $2BD4_{16} : C_{16}$
- b) $2359533_{16} : 2AD_{16}$



Lösungen Übungsaufgaben – Übersicht

Addition

1) Zweiersystem oder Binärsystem

- a) $101_2 + 1101_2 = 10010_2$
- b) $11011_2 + 1011_2 = 100110_2$
- c) $111101_2 + 10011_2 = 1010000_2$

2) 5er-System

- a) $341_5 + 1432_5 = 2323_5$
- b) $3341_5 + 40243_5 = 44134_5$
- c) $44232_5 + 34243_5 = 134030_5$

3) 6er-System

- a) $354_6 + 214_6 = 1012_6$
- b) $5143_6 + 1534_6 = 11121_6$
- c) $2135_6 + 4311_6 = 10450_6$

4) 8er-System

- a) $735_8 + 617_8 = 1554_8$
- b) $4173_8 + 5775_8 = 12170_8$
- d) $5761_8 + 6537_8 = 14520_8$

5) 16er-System

- a) $3A45_{16} + 6375_{16} = 9DBA_{16}$
- b) $9863_{16} + 4568_{16} = DDCB_{16}$
- c) $267B4_{16} + 38A69_{16} = 5F21D_{16}$
- d) $A3C_{16} + F9C6_{16} = 10402_{16}$



Subtraktion

6) Zweiersystem oder Binärsystem

- a) $1011_2 - 101_2 = 110_2$
- b) $11000_2 - 1011_2 = 1101_2$
- c) $1001110_2 - 111011_2 = 10011_2$

7) 5er-System

- a) $4313_5 - 314_5 = 3444_5$
- b) $31423_5 - 2344_5 = 24024_5$
- c) $102341_5 - 43124_5 = 4212_5$

8) 6er-System

- a) $354_6 - 244_6 = 110_6$
- b) $4213_6 - 3524_6 = 245_6$
- c) $2351_6 - 1443_6 = 504_6$

9) 8er-System

- a) $673_8 - 564_8 = 107_8$
- b) $5766_8 - 2377_8 = 3367_8$
- c) $5131_8 - 2347_8 = 2562_8$

10) 16er-System

- a) $3A7EC_{16} - F13A_{16} = 398D87_{16}$
- b) $A38BCA_{16} - 4F3BF_{16} = 9E980B_{16}$
- c) $3A9BF3C_{16} - FA913A_{16} = 2AF2E02_{16}$



Multiplikation

11) Zweiersystem oder Binärsystem

$$\begin{aligned} \text{a) } 101_2 \cdot 111_2 &= 100011_2 \\ \text{b) } 11011_2 \cdot 10101_2 &= 1000110111_2 \end{aligned}$$

12) 5er-System

$$\begin{aligned} \text{a) } 413_5 \cdot 312_5 &= 240311_5 \\ \text{b) } 3142_5 \cdot 1034_5 &= 3421033_5 \end{aligned}$$

13) 6er-System

$$\begin{aligned} \text{a) } 423_6 \cdot 351_6 &= 250153_6 \\ \text{b) } 312_6 \cdot 4153_6 &= 2153020_6 \end{aligned}$$

14) 8er-System

$$\begin{aligned} \text{a) } 376_8 \cdot 513_8 &= 244152_8 \\ \text{b) } 525_8 \cdot 4736_8 &= 3222266_8 \end{aligned}$$

15) 16er-System

$$\begin{aligned} \text{a) } F3B_{16} \cdot 9C6_{16} &= 94DAA2_{16} \\ \text{b) } A3C_{16} \cdot 6C4_{16} &= 453DF0_{16} \end{aligned}$$



Division

16) Zweiersystem oder Binärsystem

- a) $100111_2 : 11_2 = 1101_2$
b) $11100001_2 : 101_2 = 101101_2$

17) 5er-System

- a) $2201_5 : 12_5 = 133_5$
b) $214003_5 : 114_5 = 1332_5$

18) 6er-System

- a) $1243_6 : 13_6 = 55_6$
b) $2320_6 : 12_6 = 153_6$

19) 8er-System

- a) $1064_8 : 6_8 = 136_8$
b) $7644_8 : 34_8 = 217_8$

20) 16er-System

- a) $2BD4_{16} : C_{16} = 3A7_{16}$
b) $2359533_{16} : 2AD_{16} = D35F_{16}$



3) 6er-System

$$\begin{array}{r} \text{a) } 354_6 + 214_6 \qquad = 1012_6 \\ \phantom{\text{a) }} 3 \ 5 \ 4_6 \\ \phantom{\text{a) }} 2 \ 1 \ 4_6 \\ \hline \phantom{\text{a) }} 1 \ 1 \\ \phantom{\text{a) }} 1 \ 0 \ 1 \ 2_6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } 5143_6 + 1534_6 \qquad = 11121_6 \\ \phantom{\text{b) }} 5 \ 1 \ 4 \ 3_6 \\ \phantom{\text{b) }} 1 \ 5 \ 3 \ 4_6 \\ \hline \phantom{\text{b) }} 1 \ 1 \ 1 \\ \phantom{\text{b) }} 1 \ 1 \ 1 \ 2 \ 1_6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{c) } 2135_6 + 4311_6 \qquad = 10450_6 \\ \phantom{\text{c) }} 2 \ 1 \ 3 \ 5_6 \\ \phantom{\text{c) }} 4 \ 3 \ 1 \ 1_6 \\ \hline \phantom{\text{c) }} 1 \\ \phantom{\text{c) }} 1 \ 0 \ 4 \ 5 \ 0_6 \end{array}$$

4) 8er-System

$$\begin{array}{r} \text{a) } 735_8 + 617_8 \qquad = 1554_8 \\ \phantom{\text{a) }} 7 \ 3 \ 5_8 \\ \phantom{\text{a) }} 6 \ 1 \ 7_8 \\ \hline \phantom{\text{a) }} 1 \\ \phantom{\text{a) }} 1 \ 5 \ 5 \ 4_8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } 4173_8 + 5775_8 \qquad = 12170_8 \\ \phantom{\text{b) }} 4 \ 1 \ 7 \ 3_8 \\ \phantom{\text{b) }} 5 \ 7 \ 7 \ 5_8 \\ \hline \phantom{\text{b) }} 1 \ 1 \ 1 \\ \phantom{\text{b) }} 1 \ 2 \ 1 \ 7 \ 0_8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{c) } 5761_8 + 6537_8 \qquad = 14520_8 \\ \phantom{\text{c) }} 5 \ 7 \ 6 \ 1_8 \\ \phantom{\text{c) }} 6 \ 5 \ 3 \ 7_8 \\ \hline \phantom{\text{c) }} 1 \ 1 \ 1 \\ \phantom{\text{c) }} 1 \ 4 \ 5 \ 2 \ 0_8 \end{array}$$



5) 16er-System

a) $3A45 + 6375 = 9DBA$

$$\begin{array}{r} 3 \ A \ 4 \ 5 \\ 6 \ 3 \ 7 \ 5 \\ \hline \end{array}$$

$$9 \ D \ B \ A$$

b) $9863 + 4568 = DDCB$

$$\begin{array}{r} 9 \ 8 \ 6 \ 3 \\ 4 \ 5 \ 6 \ 8 \\ \hline \end{array}$$

$$D \ D \ C \ B$$

c) $267B4 + 38A69 = 5F21D$

$$\begin{array}{r} 2 \ 6 \ 7 \ B \ 4 \\ 3 \ 8 \ A \ 6 \ 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \ 1 \ 1 \\ \hline \end{array}$$

$$5 \ F \ 2 \ 1 \ D$$

d) $A3C_{16} + F9C6_{16} = 10402_{16}$

$$\begin{array}{r} A \ 3 \ C_{16} \\ F \ 9 \ C \ 6_{16} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \ 1 \ 1 \ 1 \\ \hline \end{array}$$

$$1 \ 0 \ 4 \ 0 \ 2_{16}$$



Subtraktion

6) Zweiersystem oder Binärsystem

$$\begin{array}{r} \text{a) } 1011_2 - 101_2 = 110_2 \\ \phantom{\text{a) }} 1 \ 0 \ 1 \ 1_2 \\ - \phantom{\text{a) }} 1 \ 0 \ 1_2 \\ \hline \phantom{\text{a) }} 1 \\ \phantom{\text{a) }} 1 \ 1 \ 0_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } 11000_2 - 1011_2 = 1101_2 \\ \phantom{\text{b) }} 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0_2 \\ - \phantom{\text{b) }} 1 \ 0 \ 1 \ 1_2 \\ \hline \phantom{\text{b) }} 1 \ 1 \ 1 \ 1 \\ \phantom{\text{b) }} 1 \ 1 \ 0 \ 1_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{c) } 1001110_2 - 111011_2 = 10011_2 \\ \phantom{\text{c) }} 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0_2 \\ - \phantom{\text{c) }} 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1_2 \\ \hline \phantom{\text{c) }} 1 \ 1 1 \ 1 \\ \phantom{\text{c) }} 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1_2 \end{array}$$

7) 5er-System

$$\begin{array}{r} \text{a) } 4313_5 - 314_5 = 3444_5 \\ \phantom{\text{a) }} 4 \ 3 \ 1 \ 3_5 \\ - \phantom{\text{a) }} 3 \ 1 \ 4_5 \\ \hline \phantom{\text{a) }} 1 \ 1 \ 1 \\ \phantom{\text{a) }} 3 \ 4 \ 4 \ 4_5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } 31423_5 - 2344_5 = 24024_5 \\ \phantom{\text{b) }} 3 \ 1 \ 4 \ 2 \ 3_5 \\ - \phantom{\text{b) }} 2 \ 3 \ 4 \ 4_5 \\ \hline \phantom{\text{b) }} 1 1 \ 1 \\ \phantom{\text{b) }} 2 \ 4 \ 0 \ 2 \ 4_5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{c) } 102341_5 - 43124_5 = 4212_5 \\ \phantom{\text{c) }} 1 \ 0 \ 2 \ 3 \ 4 \ 1_5 \\ - \phantom{\text{c) }} 4 \ 3 \ 1 \ 2 \ 4_5 \\ \hline \phantom{\text{c) }} 1 \ 1 1 \\ \phantom{\text{c) }} 0 \ 4 \ 2 \ 1 \ 2_5 \end{array}$$



8) 6er-System

$$\begin{array}{r} \text{a) } 354_6 - 244_6 = 110_6 \\ \quad 3 \ 5 \ 4_6 \\ - \quad 2 \ 4 \ 4_6 \\ \hline \quad 1 \ 1 \ 0_6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } 4213_6 - 3524_6 = 245_6 \\ \quad 4 \ 2 \ 1 \ 3_6 \\ - \quad 3 \ 5 \ 2 \ 4_6 \\ \hline \quad 1 \ 1 \ 1 \\ \quad 2 \ 4 \ 5_6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{c) } 2351_6 - 1443_6 = 504_6 \\ \quad 2 \ 3 \ 5 \ 1_6 \\ - \quad 1 \ 4 \ 4 \ 3_6 \\ \hline \quad 1 \quad 1 \\ \quad 5 \ 0 \ 4_6 \end{array}$$

9) 8er-System

$$\begin{array}{r} \text{a) } 673_8 - 564_8 = 107_8 \\ \quad 6 \ 7 \ 3_8 \\ - \quad 5 \ 6 \ 4_8 \\ \hline \quad 1 \\ \quad 1 \ 0 \ 7_8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } 5766_8 - 2377_8 = 3367_8 \\ \quad 5 \ 7 \ 6 \ 6_8 \\ - \quad 2 \ 3 \ 7 \ 7_8 \\ \hline \quad 1 \ 1 \\ \quad 3 \ 3 \ 6 \ 7_8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{c) } 5131_8 - 2347_8 = 2562_8 \\ \quad 5 \ 1 \ 3 \ 1_8 \\ - \quad 2 \ 3 \ 4 \ 7_8 \\ \hline \quad 1 \ 1 \ 1 \\ \quad 2 \ 5 \ 6 \ 2_8 \end{array}$$



10) 16er-System

a) $3A7EC1_{16} - F13A_{16} = 398D87_{16}$

$$\begin{array}{r} 3 \ A \ 7 \ E \ C \ 1_{16} \\ - \quad \quad F \ 1 \ 3 \ A_{16} \\ \hline \quad \quad 1 \quad \quad 1 \\ 3 \ 9 \ 8 \ D \ 8 \ 7_{16} \end{array}$$

b) $A38BCA_{16} - 4F3BF_{16} = 9E980B_{16}$

$$\begin{array}{r} A \ 3 \ 8 \ B \ C \ A_{16} \\ - \quad 4 \ F \ 3 \ B \ F_{16} \\ \hline \quad 1 \ 1 \quad \quad 1 \\ 9 \ E \ 9 \ 8 \ 0 \ B_{16} \end{array}$$

c) $3A9BF3C_{16} - FA913A_{16} = 2AF2E02_{16}$

$$\begin{array}{r} 3 \ A \ 9 \ B \ F \ 3 \ C_{16} \\ - \quad F \ A \ 9 \ 1 \ 3 \ A_{16} \\ \hline \quad 1 \ 1 \\ 2 \ A \ F \ 2 \ E \ 0 \ 2_{16} \end{array}$$



Multiplikation

11) Zweiersystem oder Binärsystem

$$\text{a) } 101_2 \cdot 111_2 = 100011_2$$
$$101_2 \cdot 111_2$$

$$\begin{array}{r} 101 \\ \cdot 111 \\ \hline 101 \\ 000 \\ 101 \\ \hline 100011 \end{array}$$

$$\text{b) } 11011_2 \cdot 10101_2 = 1000110111_2$$
$$11011_2 \cdot 10101_2$$

$$\begin{array}{r} 11011 \\ \cdot 10101 \\ \hline 11011 \\ 00000 \\ 11011 \\ 10101 \\ \hline 1000110111 \end{array}$$

12) 5er-System

$$\text{a) } 413_5 \cdot 312_5 = 240411_5$$
$$413_5 \cdot 312_5$$

$$\begin{array}{r} 413 \\ \cdot 312 \\ \hline 111 \\ 2303 \\ 312 \\ \hline 240411 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} \text{b) } 3142_5 \cdot 1034_5 = 3421033_5 \\ 3 \ 1 \ 4 \ 2_5 \cdot 1 \ 0 \ 3 \ 4_5 \\ \hline 231 \ 231 \\ \hline 2 \ 1 \ 2 \ 3 \\ 4 \ 3 \ 0 \ 1 \cdot \\ 1 \ 0 \ 3 \ 4 \cdot \cdot \\ 3 \ 2 \ 1 \ 2 \cdot \cdot \cdot \\ \hline 1 \ 2 \ 1 \\ \hline 3 \ 4 \ 2 \ 1 \ 0 \ 3 \ 3_5 \end{array}$$

13) 6er-System

$$\begin{array}{r} \text{a) } 423_6 \cdot 351_6 = 250153_6 \\ 4 \ 2 \ 3_6 \cdot 3 \ 5 \ 1_6 \\ \hline 312 \\ \hline 1 \ 5 \ 3 \ 3 \\ 1 \ 1 \ 4 \ 2 \cdot \\ 2 \ 3 \ 2 \ 4 \cdot \cdot \\ \hline 1 \ 2 \\ \hline 2 \ 5 \ 0 \ 1 \ 5 \ 3_6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } 312_6 \cdot 4153_6 = 2153020_6 \\ 3 \ 1 \ 2_6 \cdot 4 \ 1 \ 5 \ 3_6 \\ \hline 21 \ 11 \\ \hline 1 \ 2 \ 3 \ 5 \ 0 \\ 4 \ 1 \ 5 \ 3 \cdot \\ 2 \ 0 \ 5 \ 4 \ 3 \cdot \cdot \\ \hline 1 \ 1 \ 2 \ 1 \\ \hline 2 \ 1 \ 5 \ 3 \ 0 \ 2 \ 0_6 \end{array}$$



14) 8er-System

$$\begin{array}{r}
 \text{a) } 376_8 \cdot 513_8 = 244152_8 \\
 \begin{array}{r}
 3 \ 7 \ 6_8 \cdot \ 5 \ 1 \ 3_8 \\
 \hline
 \ 7 \ 0 \ 2 \\
 \ 4 \ 4 \ 1 \ 5 \cdot \\
 \ 1 \ 7 \ 4 \ 1 \cdot \cdot \\
 \ 1 \ 1 \ 1 \\
 \hline
 2 \ 4 \ 4 \ 1 \ 5 \ 2_8
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{b) } 525_8 \cdot 4736_8 = 3222266_8 \\
 \begin{array}{r}
 5 \ 2 \ 5_8 \cdot \ 4 \ 7 \ 3 \ 6_8 \\
 \hline
 \ 414 \ 202 \ 313 \\
 \hline
 \ 3 \ 0 \ 5 \ 2 \ 6 \\
 \ 1 \ 1 \ 6 \ 7 \ 4 \cdot \\
 \ 3 \ 0 \ 5 \ 2 \ 6 \cdot \cdot \\
 \ 1 \ 1 \ 2 \\
 \hline
 3 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 6 \ 6_8
 \end{array}
 \end{array}$$

15) 16er-System

$$\begin{array}{r}
 \text{a) } F3B_{16} \cdot 9C6_{16} = 948A76_{16} \\
 \begin{array}{r}
 F \ 3 \ B_{16} \cdot \ 9 \ C \ 6_{16} \\
 \hline
 \ B28 \ 514 \\
 \hline
 \ 6 \ B \ 8 \ 2 \\
 \ 1 \ D \ 5 \ 2 \cdot \\
 \ 9 \ 2 \ 9 \ A \cdot \cdot \\
 \ 1 \ 1 \\
 \hline
 9 \ 4 \ D \ A \ A \ 2_{16}
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{b) } A3C_{16} \cdot 6C4_{16} = 453DF0_{16} \\
 \begin{array}{r}
 A \ 3 \ C_{16} \cdot \ 6 \ C \ 4_{16} \\
 \hline
 \ 729 \ 3 \\
 \hline
 \ 5 \ 1 \ 3 \ 0 \\
 \ 1 \ 4 \ 4 \ C \cdot \\
 \ 4 \ 3 \ A \ 8 \cdot \cdot \\
 \ 1 \\
 \hline
 4 \ 5 \ 3 \ D \ F \ 0_{16}
 \end{array}
 \end{array}$$



Division

16) Zweiersystem oder Binärsystem

a) $100111_2 : 11_2 = 1101_2$

$$\begin{array}{r} 100111_2 : 11_2 = 1101_2 \\ - 11 \\ \hline 1 \\ 011 \\ - 11 \\ \hline 001 \\ - 0 \\ \hline 11 \\ - 11 \\ \hline 0 \end{array}$$

b) $11100001_2 : 101_2 = 101101_2$

$$\begin{array}{r} 11100001_2 : 101_2 = 101101_2 \\ - 101 \\ \hline 100 \\ - 0 \\ \hline 1000 \\ - 101 \\ \hline 11 \\ 0110 \\ - 101 \\ \hline 1 \\ 0010 \\ - 0 \\ \hline 101 \\ - 101 \\ \hline 0 \end{array}$$



17) 5er-System

$$\begin{array}{r} \text{a) } 2201_5 : 12_5 = 133_5 \\ 2 \ 2 \ 0 \ 1_5 : 1 \ 2_5 = 1 \ 3 \ 3_5 \\ - \ 1 \ 2 \\ \hline 1 \ 0 \ 0 \\ - \ 4 \ 1 \\ \hline 4 \ 1 \\ - \ 4 \ 1 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } 214003_5 : 114_5 = 1332_5 \\ 2 \ 1 \ 4 \ 0 \ 0 \ 3_5 : 1 \ 1 \ 4_5 = 1 \ 3 \ 3 \ 2_5 \\ - \ 1 \ 1 \ 4 \\ \hline 1 \ 0 \ 0 \ 0 \\ - \ 4 \ 0 \ 2 \\ \hline 1 \ 1 \\ 4 \ 3 \ 0 \\ - \ 4 \ 0 \ 2 \\ \hline 1 \\ 2 \ 3 \ 3 \\ - \ 2 \ 3 \ 3 \\ \hline 0 \end{array}$$

18) 6er-System

$$\begin{array}{r} \text{a) } 1243_6 : 13_6 = 55_6 \\ 1 \ 2 \ 4 \ 3_6 : 1 \ 3_6 = 5 \ 5_6 \\ - \ 1 \ 1 \ 3 \\ \hline 1 \ 1 \ 3 \\ - \ 1 \ 1 \ 3 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } 2320_6 : 12_6 = 153_6 \\ 2 \ 3 \ 2 \ 0_6 : 1 \ 2_6 = 1 \ 5 \ 3_6 \\ - \ 1 \ 2 \\ \hline 1 \ 1 \ 2 \\ - \ 1 \ 0 \ 4 \\ \hline 1 \\ 4 \ 0 \end{array}$$



19) 8er-System

$$\begin{array}{r} \text{a) } 1064_8 : 6_8 = 136_8 \\ 1 \ 0 \ 6 \ 4_8 : 6_8 = 1 \ 3 \ 6_8 \\ - \quad 6 \\ \hline \quad 2 \ 6 \\ - \quad 2 \ 2 \\ \hline \quad \quad 4 \ 4 \\ - \quad \quad 4 \ 4 \\ \hline \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } 7644_8 : 34_8 = 217_8 \\ 7 \ 6 \ 4 \ 4_8 : 3 \ 4_8 = 2 \ 1 \ 7_8 \\ - \quad 7 \ 0 \\ \hline \quad 6 \ 4 \\ - \quad 3 \ 4 \\ \hline \quad \quad 3 \ 0 \ 4 \\ - \quad \quad 3 \ 0 \ 4 \\ \hline \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

20) 16er-System

$$\begin{array}{r} \text{a) } 2BD4_{16} : C_{16} = 3A7_{16} \\ \text{C-Folge im 16er-System: C; 18; 24; 30; 3C; 48; 54; 60; 6C; 78;...} \\ 2 \ B \ D \ 4_{16} : C_{16} = 3 \ A \ 7_{16} \\ - \quad 2 \ 4 \\ \hline \quad 7 \ D \\ - \quad 7 \ 8 \\ \hline \quad \quad 5 \ 4 \\ - \quad \quad 5 \ 4 \\ \hline \quad \quad \quad 0 \end{array}$$



b) $2359533_{16} : 2AD_{16} = D35F_{16}$

2AD-Folge im Sechzehnersystem: 2AD; 55A; 807; AB4; D61; 100E; 12BB;
1568; 1815; 1AC2; 1D6F; 201C; 22C9; 2576; 2823;...

$$\begin{array}{r} 2359533_{16} : 2AD_{16} = D35F_{16} \\ - 22C9 \\ \hline 905 \\ - 807 \\ \hline FE3 \\ - D61 \\ \hline 2823 \\ - 2823 \\ \hline 0 \end{array}$$